El Valor de las Matemáticas

Coordinado por

Antonio J. Durán Guardeño
José Ferreirós Domínguez

S.A.E.M. "THALES"

UNIVERSIDAD de SEVILLA

SECRETARIADO DE PUBLICACIONES
2001

El valor de las matemáticas para la ciencia moderna

JAVIER ORDÓÑEZ
Universidad Autónoma de Madrid

1 Introducción

Cuando llegué a la Facultad de Filosofía de la UCM, procedente de la Facultad de Ciencias donde acababa de terminar mi licenciatura de ciencias físicas, lo que más me llamó la atención fue la importancia que se daban en mi nuevo entorno al significado de las palabras. Incluso el cariño con el que se trataban las etimologías hasta convertir buena parte de la actividad intelectual en un discurso sobre las genealogías de sentidos que parecían estar agazapadas en las raíces de cada término. Esa confianza en la historia del significado me viene a la mente especialmente en Sevilla, donde nació uno de los representantes de esta tendencia, San Isidoro, quien describió en sus *Etimologías* una de las fantasías semánticas más fabulosas de todos los tiempos.

Pero si traigo esto a colación no es por un interés culterano sino por la importancia del título del ciclo de conferencias que comienza hoy acerca del valor de las matemáticas. Porque asalta la duda de si usa la palabra para aludir a su utilidad, o a su interés, o si más bien se quiere llamar la atención sobre su importancia. Incluso puede querer decir que se necesita un gran valor para emprender determinadas acciones en el ámbito de la matemática. Como no soy capaz de penetrar en las intenciones ajenas no puedo decirles cual de las tres puertas del significado es la correcta, pero sí les adelanto que para mi son tres entradas equivalentes en lo que se refiere a la relación que guarda la matemática con respecto a la ciencia moderna. He querido tomar el desafío en toda su extensión, intentando hablar de la "ciencia moderna" en toda su amplitud, por más que la ciencia moderna alcance desde los primeros albores de la revolución científica hasta lo que hoy se entiende como ciencia clásica, o ciencia decimonónica. Como no existe ninguna otra referencia en el programa del curso pienso que puedo moverme con tranquilidad en un ámbito tan oceánico, que comienza en el Renacimiento y termina en la Ilustración.

En el primer sentido, puede decirse con justicia que el valor de la matemática en la ciencia moderna es el de una herramienta privilegiada. Fue exactamente un tipo de útil, de instrumento que configuró el universo conceptual de toda la revolución científica primero, que posteriormente ordenó buena parte de la filosofía mecánica del Barroco, y que finalmente sirvió de marco científico para el desarrollo de la ciencia ilustrada. No fue el único instrumento sin duda, pero parece que difícilmente se puede entender todo el proceso de la ciencia moderna sin su concurso. En palabras de un lógico se podría decir que al menos es una condición necesaria aunque no sea condición suficiente para explicar todo el proceso de la génesis de la ciencia moderna.

También se puede decir que tenga un valor en el segundo sentido. No sólo fue motor sino que además alimentó la imaginación de toda una serie de generaciones de nuevos filósofos experimentales. En definitiva no sólo fue un instrumento sino también una pedagoga para entender los procesos que se daban en la naturaleza, al menos en determinada parte de la naturaleza. Dicho de otro modo, la matemática no sólo empujó el conocimiento sino que además tiró de él. Durante algún tiempo pareció que determinados fenómenos naturales tenían su expresión en el mundo matemático de forma que a través de él adquirían su expresión más acabada, es decir más perfecta.

Finalmente, la matemática fue el vehículo, y la expresión, del valor de muchos filósofos que la usaron como argumento acerca de la renovación en el conocimiento del mundo material. Tal vez sea el aspecto menos relevante dentro de una historia de resultados, pero en ningún modo lo es en lo que se refiere a la presentación pública del saber. Este es un aspecto que no desarrollaré a lo largo de la conferencia pero que me gustaría mencionar al principio. En general, se ha de reconocer, la matemática no ha tenido enemigos "ideológicos" mayores mientras se ha quedado recluida en su mundo, el mero mundo de los "entes matemáticos". Pero sí ha recibido ataques cuando se ha convertido en ayuda para los hermeneutas de los acontecimientos naturales, como ocurrió con todas las polémicas entre copernicanos y anticopernicanos tanto en vida del matemático polaco como después de su muerte. Luteranos y católicos sucesivamente vieron entonces con recelo cómo se realizaba una transferencia de las propiedades del mundo matemático al mundo real. Entonces se necesitó mucho coraje para defender que la matemática tenía algo que decir acerca de los acontecimientos que interpretaba. Era necesario variar la perspectiva filosófica para justificar que una ciencia tan abstracta como la matemática pudiera tener algo que decir acerca del mundo real.

Como se comprende, esos tres valores estarán presentes en la interpretación de la matemática dentro del ámbito de la ciencia moderna. Ahora pasaré a hacer una propuesta para hacer entender esta cuestión.

2 Matemáticas y mecánica. Geometría y números

Las matemáticas del mundo moderno sirvieron a la ciencia porque fueron capaces de definir problemas mixtos, es decir cuestiones que tenían que ver con la matemática pero que a la vez se relacionaban con la mecánica, y especial-

Problemas básicos del cálculo:	**Dramatis personae:**
1. Problemas cinéticos: dados la distancia y el tiempo hallar la velocidad y aceleración, y viceversa.	1. Problemas de tangentes: Gilles Personne de Roberval (1602-1675) en su *Traité des indivisibles.* René Descartes (1596-1650) en la *Géométrie* (1637). Isaac Barrow (1630-1677) en sus *Lectiones Geometricae* (1669).
2. Problemas de la tangente a una curva, encontrados en geometría pura y óptica [construcción de lentes].	2. Problemas de máximos y mínimos: Kepler (1571-1630) en su *Stereometria doliorum* (1615). Fermat (1601-1665) en su *Methodus ad disquirendam.*
3. Problemas de máximos y mínimos en cinemática y astronomía.	3. El problema más famoso se refirió al cálculo de longitudes, áreas y volúmenes: Kepler, Galileo (1564-1642), Bonaventura Cavalieri (1598-1647) en su *Geometria indivisibilibus continuorum* (1635). John Wallis (1616-1703) en su *Arithmetica Infinitorum* (1656). Christian Huygens (1629-1695).
4. Problemas de obtención de las longitudes de curvas en cuestiones de movimientos planetarios; obtención de áreas y volúmenes encerrados en curvas y superficies.	Se habían acumulado soluciones para un ingente número de problemas pero ninguna solución general.

Cuadro número 1. Siglo XVII

mente con la cinemática, ya que se trataba de describir geométricamente el movimiento, o con la óptica, otra ciencia geométrica que se hallaba a medio camino entre las figuras abstractas y las formas reales que llegaban a poseer las superficies de las lentes.

Si se echa una ojeada al Cuadro adjunto (Cuadro número 1) se puede encontrar una relación entre desarrollo matemático y problemas mecánicos o físicos, como se diría en la terminología actual. Pareciera como si el núcleo duro de la Revolución Científica estuviera constituido por un conjunto de cuestiones que pretenderían aplicar las matemáticas a la realidad física. Y no es extraño porque muchas veces se citan afirmaciones de Kepler o de Galileo, que tienden a confirmar estas sugestiones. Afirmaciones tan dramáticas como que el gran libro de la naturaleza está escrito en caracteres matemáticos, atribuida a Galileo e inencontrable en sus obras, han influido mucho para hacer creer que, efectivamente, la Revolución Científica es un asunto de matemáticos. Algo así como un programa que buscaba una traducción matemática de la realidad.

La cuestión no es tan sencilla como parece. Durante los siglos XVI y XVII hubo, efectivamente, un incremento del interés por desarrollar una matemática que tratara temas relacionados con la mecánica o con la óptica, en una tradición que se podría llamar *arquimediana.* Pero esta actividad constituyó sólo una parte de todas las actividades *científicas* de la época. Así la aplicación de las matemáticas a los fenómenos físicos con la finalidad de describirlos y trabajar con ellos, de convertirse en su lenguaje propio, fue un programa que simplemente tomó fuerza durante el Renacimiento y en el Barroco. Ni nació durante esta época ni se convirtió en el único elemento destacable de la Revolución Científica. Y a pesar de todo fue un ingrediente esencial. Por eso es razonable que nos preguntemos por qué.

Para ello es conveniente echar una ojeada a su pasado, al pasado de esa época. Es decir, si situáramos nuestro punto de vista en el Renacimiento entonces nos daríamos cuenta que el mundo intelectual tiene una gran efervescencia porque, entre otras cosas, preocupan las nuevas *representaciones* de la naturaleza y las nuevas formas de entender las *transformaciones* materiales. Abundan los *magos naturales* que son algo así como un precedente de los filósofos naturales, o mejor aún de los físicos. Se suele decir, con razón, que ellos inventaron la primera experimentación. O que al menos dejaron de tener miedo a experimentar. Trabajaron con fenómenos relacionados con las industrias de la época, desde la metalurgia a la cosmética o la gemología. Pero también con los fenómenos que ofrecían una regularidad especial, una aparentemente espontánea capacidad de formalización o de expresión matemática. Abusando un poco del lenguaje se podría decir que Galileo tendría algo de mago *natural.* En realidad era reconocido y valorado como un buen profesor de mecánica, así que lo nuestro aquí es sólo una razonable extrapolación interesada. Pero si la hacemos es porque Galileo tomó del pensamiento de su época el interés por la atomística, tanto en el ámbito físico (o material) como matemático. Dicho sea de paso, esa pasión es lo que más rencores le provocó entre los jesuitas del Vaticano.

Los átomos para explicar los fenómenos materiales sugieren una visión "mecánica" y "matematizable" de la naturaleza. Habría como un paralelismo entre los átomos y los indivisibles: lo material se descompondría en átomos, lo matemático en infinitésimos. A los ojos de Galileo podrían considerarse dos tradiciones sin duda paralelas con tal de poner un cierto freno a la imaginación matemática. Pero, en todo caso, los sólidos tendrían una disposición parecida a la de las magnitudes matemáticas extensas. Se podrían dividir infinitamente. Esa simetría sería la que podría garantizar una aplicación de la geometría a la realidad. Es aplicable porque ambas son analizables. Habría así una relación entre lo concreto sensible y lo abstracto o matemático. Las consideraciones galileanas estarían íntimamente relacionadas con la noción del infinito y del continuo que aparece en la primera jornada de los Discorsi intorno a due nuove scienze. El considerar que la materia/extensión se puede dividir infinitamente hasta llegar a un indivisible infinitamente pequeño permite realizar aproximaciones todo lo finas que se desee. Permite generar unas figuras de otras: de un polígono se puede generar un círculo. Se puede entender mejor el principio de continuidad. Se puede obtener una figura que "se parezca a otra": por ejemplo, se puede plantear el cálculo del volumen de un tonel a partir de un cilindro, o de otra figura cuyo volumen resulte conocido. Es decir, nos podemos introducir en los vericueto de aquellos *calculi* que dieron lugar a la matemática infinitesimal.

Sólo en ese sentido se puede decir que Galileo consideró que el libro de la naturaleza está escrito en caracteres matemáticos y en ningún otro. Pero fue suficiente. Probablemente se trataba de algo bastante común entre matemáticos, geómetras y astrónomos computacionales, como era el caso de Kepler.

Otro autor que se debe mencionar en este contexto fue un contemporáneo de Galileo llamado Descartes. Fueron contemporáneos pero de carácter muy diferentes. Descartes consideró a Galileo un hombre a medio camino entre el cortesano que se expone más de lo debido en la defensa de sus ideas filosóficas y el mecánico provinciano que se preocupa demasiado por desentrañar el significado geométrico de fenómenos concretos. Demasiado entretenido está este Italiano en describir el movimiento de las piedras y los proyectiles, pensaba sin duda Descartes. Para él era preferible adentrarse en un sistema global de pensamiento que resolviera *todos* los problemas, es decir tanto el destino de las piedras como el de los planetas. Eso mismo pensaba de la matemática y de su relación con la realidad. En este contexto Descartes sería más bien quien propondría un paso más en la abstracción matemática: todo lo que puede hacerse con figuras puede hacerse con números. Esta afirmación se encuentra en la primera parte de la *Geometría*.

Con estos dos elementos, el galileano y el cartesiano se puede entender mejor el sentido de la tradición matemática barroca.

3 La tradición de Arquímedes

En el marco general mencionado anteriormente se tiene que inscribir todo el movimiento matemático que se produce en el siglo XVI, cuando se difunde y se estudia la obra de Arquímedes. Es una época de buenos ingenieros y constructores, pero también de inventores a medio camino entre el arte y la técnica, como fue el caso de Leonardo. Era una tecnología reflexiva, que buscaba una relación con ciencias geométricas que les permitiera una cierta precisión en sus cálculos. Era época de desafíos en construcción y de hecho, por ejemplo, se construyeron cúpulas de grandes dimensiones. En este contexto era fundamental saber calcular áreas, volúmenes y centros de gravedad. Se usó el método de aproximación de Arquímedes, denominado de exhausción: se determinaba el área o el volumen de una figura suponiendo que estaba rodeada de una figura de área o volumen conocida e inscrita por otra de la misma familia, y se procedía por reducción al absurdo con respecto a una cantidad intermedia entre las dos anteriores. Este procedimiento era bastante primitivo, parecía ser una variante del "tanteo" de los ingenieros para hacer un cálculo de una viga o de una columna.

El primer matemático que eliminó este procedimiento tan pedestre fue Simón Stevin al inventar el "paso al límite" (en realidad lo que hizo simplemente fue imaginar que el polígono o la figura correspondiente tenía infinitos lados). Pero el desarrollo del método llegó a tener una cierta generalidad en manos de Kepler usando el método que hemos comentado anteriormente con ocasión de Galileo. Ya no se tratará de encontrar áreas o volúmenes de las figuras directamente sino por medio de composición de indivisibles, es decir, de elementos a partir de los cuales se pueda obtener la figura buscada por variación continua. Así se podían generar figuras raras para la geometría tradicional, como son los "toneles" y especialmente las "manzanas". Las manzanas de Kepler se obtenían por la revolución de un sector circular que gira en torno a una cuerda. En su *Nova stereometria* de 1615 se planteó este tipo de problemas en el cual obtenía los resultados por medio de un procedimiento de aproximación que fue mejorado y difundido por un geómetra italiano llamado Bonaventura Cavalieri. Este matemático tenía una buena relación con Galileo y estaba en Italia, país que apreciaba más las facilidades del nuevo cálculo para la arquitectura y la ingeniería que los habitantes de un país centroeuropeo que sólo se interesaron por el trabajo de Kepler porque podía calcularles el volumen de un barril de cerveza.

Cavalieri difundió el método de sumación de elementos muy pequeños, a los que denominó *indivisibles*, en sus obras de 1635, *Geometria indivisibilibus*, y 1647, *Exercitationes geometricae sex*, donde trataba problemas concretos con su método. Éste consistía básicamente en suponer que las superficies estaban compuestas de líneas paralelas y los sólidos de planos paralelos. Los indivisibles de determinadas superficies y los volúmenes se podían comparar, y si guardaban una cierta relación ésta se transmitía a la figura completa. Así el procedimiento era geométrico y todavía adolecía de una gran falta de generalidad.

La siguiente generación de matemáticos trabajó bajo el generoso influjo de Descartes, quien les permitió saltar de la restricción geométrica a la generalidad y abstracción que proporcionan números y fórmulas. Nos encontramos así con la generación de Giles Personne de Roverbal, Pierre de Fermat y John Wallis, que se centró en la correspondencia aludida entre números y figuras. Si a cada indivisible, que en definitiva no es otra cosa que una pequeñísima figura geométrica, le corresponde una expresión numérica, una expresión algébrica, la suma de todos los elementos en los que está subdividida una figura, de todos los indivisibles, será la figura completa, y a la vez será la suma de una serie infinita de dichas expresiones. El cálculo de una cuatratura (área) o cubatura (volumen) es el cálculo de la suma de una serie de expresiones, bien geométricas bien algébricas, que deben completar una figura. El ejemplo que se propone habitualmente es el cálculo del área que cae debajo de una rama de una parábola cuyo "centro" está en un origen de coordenadas. Podemos imaginar que ese área es la suma de todos los rectángulos de la misma base sumamente pequeña, es decir infinitesimal, y cuya altura es la de la ordenada en cada uno de los puntos de la parábola. Hay una relación entre ordenada y abscisa de una parábola: la primera es el cuadrado de la segunda para cada uno de los puntos de la parábola. La suma de los rectángulos sería la suma de una serie con términos de la siguiente forma: $a(na)^2$ donde "n" sería el número de segmentos en los que subdivide la abscisa de tamaño "a". Esa serie, que correspondería al área que existe debajo de la rama de la parábola, se puede comparar con el área del rectángulo completo que enmarca la rama de parábola cuya base es "na" y cuya altura es "$(na)^2$". Se puede reconocer fácilmente que la primera es un tercio de la segunda. Hoy lo tendríamos fácil al reconocer que cuando n tiende a infinito, las expresiones $1/n$ y $1/n^2$ tenderían a 0, aunque en el siglo XVII la cuestión requería otro tipo de consideraciones más dificultosas.

En todo caso ya se había dado el paso a considerar figuras de área infinitamente pequeña pero reconocible, dando paso a los infinitesimales, entidades no exentas de problemas filosóficos. Muchos matemáticos se dieron cuenta de que tenían propiedades extrañamente contradictorias, pero alentaron la investigación porque permitieron abordar el cálculo de áreas y volúmenes de figuras que se podían subdividir en elementos infinitesimales a partir de los cuales supuestamente se podría reconstruir toda la extensión deseada. El cálculo de cuadraturas y de cubaturas, no obstante, era solo uno de los problemas que abordaron estos primeros calculistas siguiendo el itinerario arquimediano. Había otro problema que consistía en saber cómo se puede determinar una tangente a una curva o, dicho en términos euclideos, cómo se puede trazar la tangente a una curva en un punto. El procedimiento era muy sencillo si se trataba de una circunferencia. La tangente en un punto de una circunferencia no es otra cosa que la perpendicular al radio y cumple la definición de Euclides: esto es, toca la curva en un único punto. La definición había sido generalizada por Euclides pera el resto de las curvas conocidas pero en esos casos la construcción no era tan sencilla.

Un momento especialmente relevante en la historia del cálculo de esta época es precisamente cuando se estableció que ese problema estaba relacionado con el del cálculo de cuadraturas. Eran problemas inversos. En realidad ya Arquímedes había señalado un procedimiento cinemático para calcular la tangente a un punto de una curva. Imaginemos que consideramos la curva generada por el movimiento de un punto, en cada uno de los puntos de su trayectoria la tangente sería la recta que seguiría el punto si "abandonara" la curva continuando en la dirección de su velocidad en ese instante. Una forma sugerente de plantear un problema geométrico, una manera cinemática y que entroncaría con esa forma de concebir la relación entre movimiento y geometría que se dio durante el siglo XVII. Tradición que continuaron los calculistas de ese siglo, especialmente Roverbal y Fermat. Este último relacionó el cálculo de las tangentes con problemas de cálculos de máximos y mínimos, tradición continuada por Isaac Barrow que ya entronca directamente con su tocayo Newton.

Reflexionemos sobre lo que ha pasado en todo este escenario matemático. No han sido visionarios los que han adelantado que la naturaleza se puede leer en términos matemáticos. Ni siquiera Galileo lo fue. En realidad fue una colectividad muy variada por las nacionalidades y las formas de llevar adelante sus trabajos. Hubo italianos y alemanes, franceses e ingleses, mecánicos y astrónomos, ingenieros y físicos, e incluso abogados como Fermat. Todos eran partidarios, en uno u otro sentido, de la tradición arquimediana, de una relación con la matemática que era flexible para acercarse a los problemas mecánicos, astronómicos y ópticos. Pero fue un itinerario que no estuvo exento de dificultades, ciertamente. Fueron dificultades intrínsecas, que provenían de los problemas mismos y de los fundamentos.

No solo era necesario resolver las cuestiones del cálculo, también era necesario aclarar qué tipo de problemas se quería resolver en la realidad. ¿Cómo se podía "concebir" el problema de la trayectoria de Marte? La libertad para ver el problema astronómico como soluble desde el punto de vista matemático, es decir, la posibilidad de que la órbita no fuera circular, era un paso previo para poder aplicar los nuevos cálculos. O bien, ¿cómo actuaba la luz cuando incidía sobre la superficie de una lente? Se tenía que determinar previamente la borrosidad en la visión como una aberración de carácter geométrico, para poder abordar la solución de qué forma debía tener la superficie de una lente a fin de que no se produjeran esas aberraciones. Solo son dos ejemplos pero podría haber muchos otros. Por ello se ha fabricado el Cuadro 1 que resume la parte sustancial de todas las actividades matemáticas relacionadas con los cálculos y los problemas físicos que están relacionados con ellas.

¿Qué valor tuvo esta nueva matemática para la no menos nueva ciencia? La respuesta no es sencilla, como no lo es la pregunta. Pero sí se puede decir que su mayor virtud fue entrar en interacción con la realidad material, en sus aspectos cuantitativos, a través de las actividades que esa nueva ciencia comenzó a considerar especialmente relevantes: la astronomía, la óptica, la cinemática y la mecánica. Un conjunto de saberes que fueron adquiriendo fuerza y vigor a lo largo del siglo XVII. Pero hoy no tendríamos en tanta estima a esa matemática si no se hubiera dado también un camino de regreso.

4 El camino de la generalidad

Hasta ahora me he fijado simplemente en que parecía haber una relación entre los problemas de astronomía, etc., y los problemas matemáticos. Parecería así que la matemática "valía" en tanto y cuanto era susceptible de generar conocimientos aplicables a esas nuevas ciencias. Pero perderíamos al menos la mitad de su valor si no consideráramos el paso inverso. La matemática, en ese proceso, se perfeccionó y desarrolló sus métodos en cuanto matemática pura. Comenzó a generar un lenguaje nuevo, el novedoso cálculo infinitesimal, con la pretensión de profundizar su saber y purificarlo.

Es bien sabido que Newton y Leibniz fueron los responsables de desarrollar e integrar la multitud de métodos particulares elaborados durante el siglo XVII, hasta dar con verdaderos cálculos infinitesimales. Pese a la intensa y desagradable polémica que se generó a comienzos del XVIII acerca de la posibilidad de un plagio, los historiadores llegan a la conclusión de que, si bien Newton se anticipó en unos 10 años, los dos autores concibieron sus sistemas de manera independiente. Como puede verse en el Cuadro 2 adjunto, Leibniz fue mucho más diligente a la hora de publicar, dando a conocer sus ideas a partir de 1684, mientras que Newton sólo suministró algunas indicaciones incompletas en los *Principia mathematica* de 1687. La primera publicación detallada en que Newton exponía su método de fluxiones llegó en 1704, mientras que los manuscritos originales del tiempo en que descubrió sus métodos sólo se dieron a la luz tras su muerte.

El enfoque de Leibniz estaba más centrado en aspectos simbólicos y formales de los cálculos. Le preocupaban mucho más los métodos que los resultados, siendo sus motivaciones relativamente abstractas y (desde nuestra percepción) "puramente" matemáticas. Entretanto, el planteamiento de Newton nos resulta más remoto, pero por eso mismo es una fuente mejor de reflexiones acerca de las relaciones entre ciencia y matemáticas en su tiempo. Newton concibe las variables desde un punto de vista cinemático: x e y representan "fluentes", cantidades que varían o fluyen en el tiempo guardando ciertas relaciones entre sí; sus respectivas razones de cambio en el tiempo son las "fluxiones" de x y de y. Según era habitual en su tiempo, y como lo sería mucho después, Newton entiende la mecánica racional como una parte más de las matemáticas. Incluso llega a decir, en los *Principia*, que la propia geometría no es sino una parte de la mecánica universal. En esta concepción, lo cinemático y lo dinámico son aspectos matemáticos de los fenómenos del mundo, y los célebres problemas de fundamentación del cálculo tienden a desvanecerse al admitir como un rasgo de las fluentes su capacidad de variar de modo perfectamente continuo.

El proceso de sistematización del cálculo no fue un camino fácil y duró

La propuesta de Newton:	**La propuesta de Leibniz:**
1. 1666. Manuscrito sobre fluxiones en que Newton recoge sus descubrimientos iniciales. 2. 1669. *De Analysi per aequationes numero terminorum infinitas* (publicado en 1711). 3. 1672. *Methodus fluxionum et serierum infinitarum* (publicado en 1736). 4. 1676. *Tractatus de quadratura curvarum* (publicado en 1704). Interés por los problemas cinéticos y físicos, que le llevan hacia una consideración cinemática de la cuestión y un rechazo de las cantidades infinitesimales o evanescentes.	1. 1673. *De Arte Combinatoria*, donde se plantea la idea de una *characteristica universalis*, alfabeto del pensamiento humano. 2. 1675. Manuscritos conservados en Hannover, que registran la invención del cálculo $\int - d$. 3. 1684. *Nova methodus pro maximis et minimis*, en Acta Eruditorum, seguido del *De geometria recondita* en 1686. Interés por las cuestiones formales que le llevan a considerar relevante el tratamiento de la diferenciación y de la integración como operaciones recíprocas. Introduce la notación que hoy nos resulta habitual.

Cuadro número 2. Los primeros intentos de soluciones generales

mucho. Acaso se podría decir que hay una larga senda que parte de los matemáticos de finales del siglo XVII y llega hasta las primeras décadas del siglo XIX, con las reformas de Fourier, Dirichlet y Cauchy. Si matemáticos como Newton o Leibniz hubieran considerado su saber únicamente como una herramienta validada por las aplicaciones mecánicas, no se habrían esforzado en desarrollarlo desde sus fundamentos con una gran generalidad. Pero hicieron ese esfuerzo. Ellos y quienes les siguieron, especialmente Leonhard Euler, quien durante todo el siglo XVIII trabajó para poner en orden el nuevo saber, hasta convertirlo en un cuerpo de conocimientos bien organizado, que expuso en sus grandes tratados. Fue un trabajo de la excelencia de la razón, cuyos rendimientos para la práctica científica se hicieron plenamente patentes en los tiempos de Laplace y Fourier.